

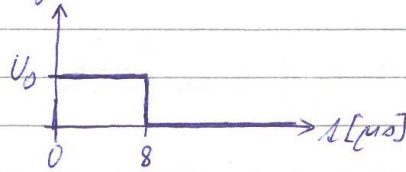
Př. 1

Koaxiální kabel, izolace $\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$ (bezeztrátový)

Na počátku připojen zdroj $U_i = 200\text{ V}$ s vnitřním odporem $R_i = 38,5\ \Omega$

Na volném je
(sáčátek vedení)

napětí:



a) charakteristická impedace Z_0

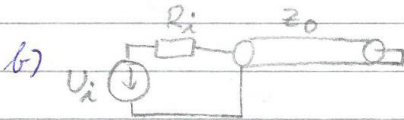
b) velikost U_0

c) délka kabelu

d) časové průběhy proudů i_z a i_k (na sáčátku resp. na konci kabelu)

a) Vrátila se vlna v reflektaci $\Rightarrow \rho_k = -1 = \frac{Z_k - Z_0}{Z_k + Z_0} \Rightarrow Z_k = 0\ \Omega$ (konec spojen s nulou)

Na sáčátku se vlna neodrážela $\Rightarrow Z_0 = R_i = 38,5\ \Omega$, $\rho_z = 0$



Dělení napětí 1:1

$$U_0 = \frac{Z_0}{R_i + Z_0} \cdot U_i = \frac{1}{2} U_i = 100\text{ V}$$

c) $2t_{do} = 8\ \mu\text{s}$ (vlna dorazila na konec a vrátila se za $8\ \mu\text{s}$)

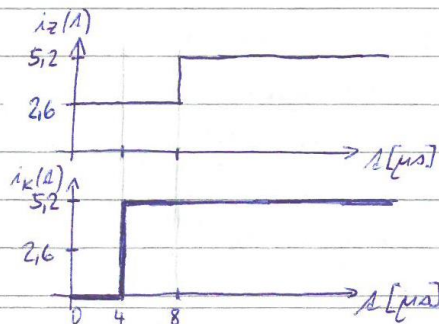
$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{c}{2} = 1,5 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$l = v \cdot t_{do} = 1,5 \cdot 10^8 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6}}{2} = 600\text{ m}$$

d) $I = \frac{U_i}{R_i + R_0} = \frac{200}{2 \cdot 38,5} \approx 2,6\text{ A}$ (2,5974...)

$$I_H = I ; I_0 = -\rho_k \cdot I_H = I ; I_C = I_H + I_0 = 2 \cdot I$$

Průběhy
(výsledné)



(Ohmův zákon)

$$I = \frac{U}{R}$$

$$5,2 = \frac{200}{38,5}$$

Př. 2

Ventilová vedení $Z_0 = 400 \Omega$ bezstratové ($R=0, G=0$)

Fázová rychlost $v_f = 3 \cdot 10^8 \text{ km/s}$

$L=?$, $C=?$

$$\hat{Z}_0 = \sqrt{\frac{\hat{Z}_1}{\hat{Y}_1}} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow \sqrt{L} = \sqrt{C} \cdot \hat{Z}_0$$

$$\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} = \sqrt{j^2 \omega^2 LC} = \sqrt{-\omega^2 LC} = j\sqrt{\omega^2 LC}$$

$$\alpha = \text{Im}\{\gamma\} = \sqrt{\omega^2 LC}$$

$$v_f = \frac{\omega}{\alpha} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{C} \cdot \hat{Z}_0 \cdot \sqrt{C}} = \frac{1}{\hat{Z}_0 C} \quad ; \quad C = \frac{1}{v_f \cdot \hat{Z}_0} = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \cdot 400} = 8,3 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} (= 8,3 \frac{\text{pF}}{\text{km}})$$

$$L = \hat{Z}_0^2 \cdot C = 400^2 \cdot 8,3 \cdot 10^{-12} = 1,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}} (= 1,3 \frac{\text{mH}}{\text{km}})$$

Př. 3

Homogenní vedení s charakteristickou impedancí $Z_0 = 75 \Omega$

Číselník slabé útlumy $\xi = \frac{2}{3}$ ($= \frac{v_f}{c}$), sílu $\beta = 0$, $f = 50 \text{ MHz}$

Na konci odpor $R_k = 25 \Omega$, na odporu na konci naměřeno $U_k = 10 \text{ V}$.

a) $\alpha = ?$ b) $U_H = ?$, $U_0 = ?$ c) $I_H = ?$, $I_0 = ?$

$$a) \quad \lambda = \frac{2\pi}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} = 1,57 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{\xi \cdot c}{f} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{50 \cdot 10^6} = 4 \text{ m}$$

Bezstratové vedení: základní rovnice: $-\frac{\partial u}{\partial x} = L \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$; $-\frac{\partial i}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$

okrajové rovnice: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$; $\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$

rovnice vyhovují libovolné funkci argumentu $x \pm vt$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

čísleník slabé útlumy: $LC = \mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r$; $C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

Stylé dvou vedení s různými odpory R_{01} a R_{02}

$$u_{p1} + u_{a1} = u_{p2} \quad ; \quad i_{p1} + i_{z1} = i_{z2}$$

$$\frac{u_{p1}}{i_{p1}} = R_{01} \quad \frac{u_{z1}}{i_{z1}} = -R_{01} \quad \frac{u_{p2}}{i_{p2}} = R_{02}$$

} soustava rovnic

řešení: $\left(\begin{array}{l} \frac{u_{p2}}{u_{p1}} = \frac{2R_{02}}{R_{01}+R_{02}} = \tau_m \\ \frac{i_{p2}}{i_{p1}} = \frac{2R_{01}}{R_{01}+R_{02}} = \tau_i \end{array} \right)$... číselní podstupy pro slum u a i *z jiné označení*

$\frac{u_{z1}}{u_{p1}} = \frac{R_{02}-R_{01}}{R_{01}+R_{02}} = \rho_m$ $\frac{i_{z1}}{i_{p1}} = \frac{R_{01}-R_{02}}{R_{01}+R_{02}} = \rho_i$... číselní odrazení pro slum u a i

Číselní odrazení $\rho = \frac{R_{02}-R_{01}}{R_{01}+R_{02}} = \rho_m = -\rho_i$

z hlediska proudu vedení se proměny měří, když 2. vedení nahradíme rezistorem R_0

Zakouření $R_k \dots \Rightarrow \rho = \frac{R_k - R_0}{R_k + R_0}$... vedení naprosto ($R_k \rightarrow \infty$) $\rho = 1 = \rho_m, \rho_i = -1$
 ... vedení nulové ($R_k = 0$) $\rho = -1 = \rho_m, \rho_i = 1$
 ... vedení přibližně ($R_k = R_0$) $\rho = 0$ pono přímá slna, žádný odraz, přenos se vačí

b) $\rho = \frac{R_k - R_0}{R_k + R_0} = \frac{25 - 75}{25 + 75} = -0,5$

$U_c = U_H + U_0 = U_H + \rho \cdot U_H = (1 + \rho) \cdot U_H \Rightarrow \underline{U_H = \frac{U_c}{1 + \rho} = \frac{10}{1 - 0,5} = 20 \text{ V}}$

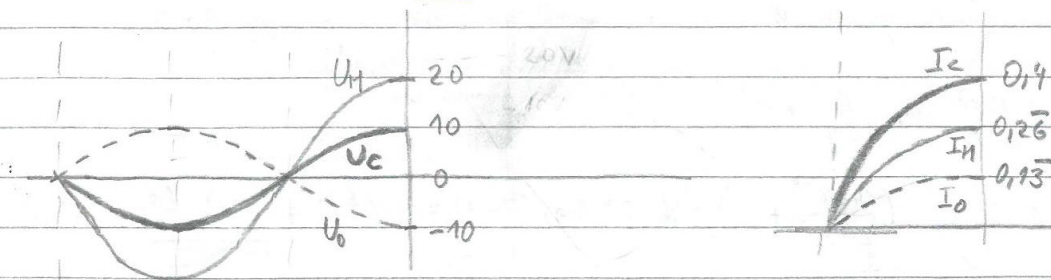
$\underline{U_0 = \rho \cdot U_H = -0,5 \cdot 20 = -10 \text{ V}}$

c) $I_c = \frac{U_c}{R_k} = \frac{10}{25} = 0,4 \text{ A}$

$I_c = I_H + I_0$, $\frac{I_0}{I_H} = -\rho$

$I_c = I_H - \rho I_H = I_H(1 - \rho) \Rightarrow \underline{I_H = \frac{I_c}{1 - \rho} = \frac{0,4}{1 - (-0,5)} = \frac{0,4}{1,5} = 0,2\bar{6} \text{ A}}$

$\underline{I_0 = -\rho \cdot I_H = -(-0,5) \cdot 0,2\bar{6} = 0,1\bar{3} \text{ A}}$



(mimo by radano i pro deamitní hodnoty I_k, U_k měřeno
 čas. okamžik při šíření harmonických vln U, I)

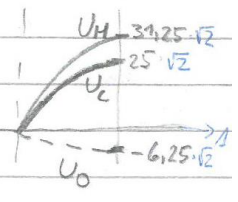
(adrog $R_A = Z_0$)

Př. 4

Homogenní bezstratové vedení s char. impedancí $Z_0 = 75 \Omega$, $l = 10 \text{ m}$,
 na nářezí naměřeno proud $I_k = 0,5 \text{ A}$ a napětí $U_k = 25 \text{ V}$. (RMS střední hodnoty I, U)
 Délka vlny je $\lambda = 2 \text{ m}$ (tj. elektricky dlouhé $\Rightarrow l > \frac{\lambda}{4}$)
 Určete napětí a proud přímé a odražené vlny na konci vedení.

$$R_k = \frac{U_k}{I_k} = \frac{25}{0,5} = 50 \Omega$$

$$\rho = \frac{R_k - Z_0}{R_k + Z_0} = \frac{-25}{125} = -0,2$$



$$U_C = U_H + U_O = U_H + \rho U_H = (1 + \rho) U_H \Rightarrow U_H = \frac{U_C}{1 + \rho} = \frac{25}{0,8} = 31,25 \text{ V}$$

$$U_O = \rho \cdot U_H = -0,2 \cdot 31,25 = -6,25 \text{ V}$$

$$I_C = I_H + I_O = I_H - \rho I_H = (1 - \rho) I_H \Rightarrow I_H = \frac{I_C}{1 - \rho} = \frac{0,5}{1,2} = 0,41\bar{6} \text{ A}$$

$$I_O = \rho \cdot I_H = 0,2 \cdot 0,41\bar{6} = 0,08\bar{3} \text{ A}$$

Koaxiální kabel $\left\{ \begin{array}{l} b \dots \text{vnější průměr} \\ a \dots \text{průměr jádra} \end{array} \right.$

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \log \frac{b}{a} \quad \log_{10}$$

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

Př. 5

Koaxiální kabel s $Z_0 = 50 \Omega$ a dielektrikem $\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$, vnější průměr $b = 4 \text{ mm}$
 Určete vnitřní průměr $a = ?$

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_r \mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}} \ln \frac{b}{a} \quad 50 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 4}} \ln \frac{4}{a} = \left(\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{376,73}{\sqrt{4}} \cdot \ln \frac{4}{a} \right)$$

$$\ln \frac{4}{a} = \frac{50 \cdot 2\pi \cdot 2}{376,73} = 1,6678$$

$$e^{1,6678} = \frac{4}{a} \Rightarrow a = \frac{4}{2,7183^{1,6678}} = \frac{4}{5,3005} = 0,7546 \text{ mm}$$

Př. 6

Jaká je maximální kapacita přenosového kanálu s šířkou pásma $BW = 3 \cdot 10^8 \text{ Hz}$, je-li výkon signálu $P_x = 14 \text{ mW}$ a výkon přirobitého bílého šumu $P_f = 2 \text{ mW}$.

$C = BW \cdot \log_2 \left(\frac{P_x}{P_f} + 1 \right)$ Shannon-Hartleyho vztah; s vlnověložitostí signálu od šumu (modulace nebo modulaci, kódování)

$$C = 3 \cdot 10^8 \cdot \log_2 \left(\frac{14 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} + 1 \right) = 3 \cdot 10^8 \cdot \log_2 (7 + 1) = 3 \cdot 10^8 \cdot 3 = 9 \cdot 10^8 \frac{\text{bit}}{\text{s}}$$

(Modulační rychlost (Band) $\overset{V_p}{=} 2 \cdot BW$)
 $V_p = V_m \log_2 m$ (proč starší modulace)
 se vztahuje korekce, Nyquistovo kritérium
 z modulační na povětrné modulaci